# वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

## अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

### » त्रिज्यखंड और वृत्तखंड की परिभाषा

**प्रश्न 1 (आसान). एक गोल थाली को अगर आप उसके केंद्र से दो सीधी रेखाएं निकालकर एक छोटा सा टुकड़ा काटते हो, तो यह टुकड़ा क्या कहलाएगा - त्रिज्यखंड या वृत्तखंड?**

उत्तर – त्रिज्यखंड

**प्रश्न 2 (आसान). अगर एक गोल बिस्कुट पर एक सीधी लाइन बना दी जाए और उसके एक तरफ का हिस्सा देखा जाए, तो वह क्या कहलाएगा - त्रिज्यखंड या वृत्तखंड?**

उत्तर – वृत्तखंड

### » लघु और दीर्घ त्रिज्यखंड/वृत्तखंड की पहचान

**प्रश्न 3 (आसान). एक वृत्तखंड 150° के कोण पर बना है। क्या यह लघु त्रिज्यखंड होगा या दीर्घ त्रिज्यखंड?**

उत्तर – लघु त्रिज्यखंड।

**प्रश्न 4 (आसान). अगर एक वृत्तखंड 200° के कोण पर बना है, तो वह क्या कहलाएगा?**

उत्तर – दीर्घ त्रिज्यखंड।

**प्रश्न 5 (मध्यम). एक जीवा वृत्त को दो हिस्सों में बांटती है। यदि एक हिस्सा केंद्र पर 90° का कोण बनाता है, तो यह लघु वृत्तखंड होगा या दीर्घ वृत्तखंड?**

उत्तर – लघु वृत्तखंड।

**प्रश्न 6 (कठिन). किसी वृत्त में, एक त्रिज्यखंड का कोण 270° है। उस त्रिज्यखंड की पहचान करें और बताएं कि संगत लघु त्रिज्यखंड का कोण क्या होगा?**

उत्तर – यह दीर्घ त्रिज्यखंड है। संगत लघु त्रिज्यखंड का कोण 360° - 270° = 90° होगा।

### » त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करना

**प्रश्न 7 (आसान). 6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है।**

उत्तर – 18.85 $cm^2$ (लगभग)

**प्रश्न 8 (आसान). यदि वृत्त की त्रिज्या 10 cm है और त्रिज्यखंड का कोण 90° है, तो क्षेत्रफल क्या होगा?**

उत्तर – 78.5 $cm^2$ (लगभग)

**प्रश्न 9 (मध्यम). एक घड़ी की मिनट की सुई जिसकी लंबाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

उत्तर – 51.33 $cm^2$ (लगभग)

### » त्रिज्यखंड के संगत चाप की लंबाई

**प्रश्न 10 (आसान). एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी है और केंद्र पर 90° का कोण बनाने वाले त्रिज्यखंड के चाप की लंबाई ज्ञात करें।**

उत्तर – 22 सेमी

**प्रश्न 11 (आसान). यदि त्रिज्या 21 सेमी है और कोण 30° है, तो चाप की लंबाई क्या होगी?**
उत्तर – 11 सेमी

**प्रश्न 12 (मध्यम). एक वृत्त जिसकी परिधि 44 सेमी है, उसके केंद्र पर 120° का कोण बनाने वाले चाप की लंबाई ज्ञात करें।**
उत्तर – 14.67 सेमी (लगभग)

**प्रश्न 13 (कठिन). एक चाप की लंबाई 44 सेमी है और वह केंद्र पर 180° का कोण बनाता है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात करें।**
उत्तर – 14 सेमी

### » वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात करना

**प्रश्न 14 (आसान). एक वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है और केंद्र पर 90° का कोण बनता है। संगत वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( = 3.14)**
उत्तर – 28.5 वर्ग सेमी

**प्रश्न 15 (आसान). यदि त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 50 वर्ग सेमी है और संगत त्रिभुज का क्षेत्रफल 20 वर्ग सेमी है, तो वृत्तखंड का क्षेत्रफल क्या होगा?**
उत्तर – 30 वर्ग सेमी

**प्रश्न 16 (मध्यम). एक वृत्त की त्रिज्या 21 सेमी है और केंद्र पर 120° का कोण बनता है। संगत वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( = 22/7, 3 = 1.73)**
उत्तर – लगभग 271.04 वर्ग सेमी

**प्रश्न 17 (कठिन). एक वृत्त के 12 सेमी त्रिज्या वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 150 वर्ग सेमी है। यदि संगत त्रिभुज का क्षेत्रफल 70 वर्ग सेमी है, तो वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**
उत्तर – 80 वर्ग सेमी

### » दीर्घ त्रिज्यखंड और दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्रफल

**प्रश्न 18 (आसान). यदि वृत्त का क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी है और लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 20 वर्ग सेमी है, तो दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल क्या होगा?**
उत्तर – 80 वर्ग सेमी

**प्रश्न 19 (आसान). एक वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है। यदि लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल 30 वर्ग सेमी है, तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें और फिर दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्रफल निकालें। ( = 3.14 लें)**
उत्तर – वृत्त का क्षेत्रफल = 314 वर्ग सेमी, दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्रफल = 284 वर्ग सेमी

**प्रश्न 20 (मध्यम). एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी है और इसके एक त्रिज्यखंड का कोण 90° है। संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( = 22/7 लें)**
उत्तर – 462 वर्ग सेमी

**प्रश्न 21 (कठिन). एक वृत्त की त्रिज्या 21 सेमी है। यदि वृत्तखंड का कोण 120° है, तो लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए और फिर दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्रफल भी निकालें। (3 = 1.732 लें, = 22/7 लें)**
उत्तर – लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल = 271.04 वर्ग सेमी, दीर्घ वृत्तखंड का क्षेत्रफल = 1115.96 वर्ग सेमी (लगभग)

### » त्रिकोणमिति का उपयोग करके त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करना

**प्रश्न 22 (आसान). एक त्रिभुज की दो भुजाएँ 6 cm और 5 cm हैं, और उनके बीच का कोण 30° है। क्षेत्रफल ज्ञात करें। (sin 30° = 1/2)**
उत्तर – 7.5 cm²

**प्रश्न 23 (आसान). एक त्रिभुज की भुजाएँ 4 cm और 7 cm हैं, और बीच का कोण 90° है। क्षेत्रफल क्या होगा? (sin 90° = 1)**

उत्तर – 14 cm²

**प्रश्न 24 (मध्यम). एक त्रिभुज की भुजाएँ 12 cm और 15 cm हैं, और उनके बीच का कोण 45° है। क्षेत्रफल ज्ञात करें। (sin 45° = 1/2  0.707)**

उत्तर – लगभग 63.63 cm²

**प्रश्न 25 (कठिन). एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 6 cm है। त्रिकोणमिति का उपयोग करके इसका क्षेत्रफल ज्ञात करें। (समबाहु त्रिभुज का प्रत्येक कोण 60° होता है)**

उत्तर – 93 cm² या लगभग 15.57 cm²

### » क्षेत्रफल से संबंधित व्यावहारिक समस्याएं

**प्रश्न 26 (आसान). एक वृत्त की त्रिज्या 14 cm है। केंद्र पर 90° का कोण बनाने वाले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

उत्तर – 154 वर्ग cm

**प्रश्न 27 (आसान). एक वृत्त का व्यास 28 cm है। केंद्र पर 60° का कोण बनाने वाले चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।**

उत्तर – 14.67 cm

**प्रश्न 28 (मध्यम). एक गोल मेज़पोश पर 6 समान डिज़ाइन बने हैं, जिसकी त्रिज्या 28 cm है। यदि 3 = 1.7 का प्रयोग करें, तो प्रत्येक डिज़ाइन का क्षेत्रफल ज्ञात करें। (यह वृत्तखंड का क्षेत्रफल होगा)**

उत्तर – प्रत्येक डिज़ाइन का क्षेत्रफल  77.47 वर्ग cm

**प्रश्न 29 (कठिन). एक कार के दो वाइपर हैं जो परस्पर कभी आच्छादित नहीं होते। प्रत्येक वाइपर की पत्ती की लंबाई 25 cm है और वह 115° के कोण तक घूमकर सफाई कर सकता है। पत्तियों की प्रत्येक बुहार के साथ जितना क्षेत्रफल साफ होता है, वह ज्ञात कीजिए।**

उत्तर – 2362.5 वर्ग cm (दोनों वाइपर का मिलाकर)

## हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

**उदाहरण 1. मान लीजिए एक वृत्त का केंद्र O है और उसकी दो त्रिज्याएँ OA और OB हैं, तथा एक चाप APB है। यह किस प्रकार का भाग है? और यदि एक जीवा PQ है और उसके साथ एक चाप PRQ है, तो यह किस प्रकार का भाग है?**

› पहला भाग (OA, OB, चाप APB) में हमें दो त्रिज्याएँ और एक चाप दिख रही हैं।
› दूसरा भाग (जीवा PQ, चाप PRQ) में हमें एक जीवा और एक चाप दिख रही है।
› हमारी परिभाषा के अनुसार, जो भाग दो त्रिज्याओं और एक चाप से घिरा होता है, उसे त्रिज्यखंड कहते हैं।
› और जो भाग एक जीवा और एक चाप के बीच होता है, उसे वृत्तखंड कहते हैं।

**उत्तर – पहला भाग एक त्रिज्यखंड है, और दूसरा भाग एक वृत्तखंड है।**

**उदाहरण 2. एक वृत्त में, एक त्रिज्यखंड केंद्र पर 60° का कोण बनाता है। पहचानिए कि यह लघु त्रिज्यखंड है या दीर्घ त्रिज्यखंड।**

› पहला कदम: हमें केंद्र पर बना कोण देखना है। यहाँ यह 60° है।
› दूसरा कदम: अब हम इसे 180° से तुलना करेंगे।
› तीसरा कदम: क्योंकि 60° जो है, वो 180° से छोटा है।
› चौथा कदम: तो यह एक लघु त्रिज्यखंड है। अगर यही कोण 180° से ज़्यादा होता, तो वो दीर्घ त्रिज्यखंड होता।

**उत्तर – यह एक लघु त्रिज्यखंड है।**

**उदाहरण 3. एक वृत्त की त्रिज्या 4 cm है और उसके त्रिज्यखंड का कोण 30° है। इस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( = 3.14 प्रयोग करें)**

› सबसे पहले हम देखेंगे कि हमें क्या-क्या दिया है: त्रिज्या (r) = 4 cm और कोण () = 30°।

› अब हम सूत्र लगाएंगे: त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = ( / 360) × r²

› मान रखेंगे: क्षेत्रफल = (30 / 360) × 3.14 × (4)²

› इसे सरल करेंगे: क्षेत्रफल = (1 / 12) × 3.14 × 16

› गुणनफल निकालेंगे: क्षेत्रफल = (16 × 3.14) / 12 = 50.24 / 12

› भाग करके उत्तर निकालेंगे: क्षेत्रफल  4.19 cm² (लगभग)

**उत्तर – त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल लगभग 4.19 cm² है।**

**उदाहरण 4. एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है और एक त्रिज्यखंड केंद्र पर 60° का कोण बनाता है। इस त्रिज्यखंड के संगत चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।**

› हमें दिया गया है: त्रिज्या (r) = 7 सेमी, कोण () = 60°।

› चाप की लंबाई का सूत्र है: ( / 360) × 2r।

› सूत्र में मान रखेंगे: (60 / 360) × 2 × (22/7) × 7।

› पहले (60 / 360) को सरल करेंगे: यह 1/6 हो जाएगा।

› अब इसे गुणा करेंगे: (1/6) × 2 × (22/7) × 7।

› 7 से 7 कट जाएगा।

› हमें मिलेगा: (1/6) × 2 × 22 = 44/6।

› इसे सरल करने पर: 22/3।

› दशमलव में: 7.33 सेमी (लगभग)।

**उत्तर – त्रिज्यखंड के संगत चाप की लंबाई 22/3 सेमी या लगभग 7.33 सेमी है।**

**उदाहरण 5. एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी है और केंद्र पर 60° का कोण बनता है। संगत वृत्तखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ( = 22/7, 3 = 1.73)**

› पहले त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल निकालेंगे: ( / 360) × r² = (60 / 360) × (22/7) × (14)²

› यह हो जाएगा (1/6) × (22/7) × 196 = (1/6) × 22 × 28 = 22 × 14 / 3 = 308 / 3 = 102.67 वर्ग सेमी (लगभग)।

› अब संगत त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल निकालेंगे: यहाँ कोण 60° है, तो त्रिभुज OAB समबाहु त्रिभुज होगा क्योंकि OA = OB = r। तो क्षेत्रफल होगा (3 / 4) × भुजा² = (3 / 4) × 14²

› यह हो जाएगा (1.73 / 4) × 196 = 1.73 × 49 = 84.77 वर्ग सेमी (लगभग)।

› अब वृत्तखंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल - त्रिभुज का क्षेत्रफल = 102.67 - 84.77

› यह आ जाएगा 17.90 वर्ग सेमी (लगभग)।

**उत्तर – लगभग 17.90 वर्ग सेमी**

**उदाहरण 6. एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है और इसके लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 14 वर्ग सेमी है। तो, संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

› सबसे पहले, वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात करें। वृत्त का क्षेत्रफल = r² = (22/7) * (7)² = (22/7) * 49 = 22 * 7 = 154 वर्ग सेमी।

› अब, दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल निकालने के लिए, पूरे वृत्त के क्षेत्रफल में से लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल घटा दें।

› दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = वृत्त का क्षेत्रफल - लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = 154 - 14

› घटाने पर हमें मिलता है: 140 वर्ग सेमी।

**उत्तर – दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल 140 वर्ग सेमी है।**

**उदाहरण 7. एक त्रिभुज ABC है, जिसमें भुजा AB = 8 cm, BC = 10 cm और कोण B = 60° है। त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3 = 1.73 का प्रयोग करें)**

› पहला कदम, हम सूत्र लिखेंगे: त्रिभुज का क्षेत्रफल = 1/2 × a × b × sin C।

› यहाँ, हमें भुजाएँ AB और BC दी गई हैं, और इनके बीच का कोण B है। तो हम AB को 'a', BC को 'b' और कोण B को 'C' मान सकते हैं।

› अब, मान रखिए: a = 8 cm, b = 10 cm, और C = 60°।

› क्षेत्रफल = 1/2 × 8 × 10 × sin 60°।

› हम जानते हैं कि sin 60° = 3/2 होता है।

› तो, क्षेत्रफल = 1/2 × 8 × 10 × (3/2)।

› इसे सरल करते हैं: 1/2 × 8 को काटेंगे तो 4 आएगा। अब 4 × 10 × (3/2) बचा।

› फिर 4 को 2 से काटेंगे तो 2 आएगा। तो अब बचा 2 × 10 × 3।

› यह हो गया 203।

› अब 3 का मान रखेंगे 1.73।

› क्षेत्रफल = 20 × 1.73।

› गुणा करने पर 34.60 आता है।

› तो, त्रिभुज का क्षेत्रफल = 34.60 cm²।

**उत्तर – त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल = 34.60 cm²।**

**उदाहरण 8. एक छतरी में आठ ताने हैं जो बराबर दूरी पर लगे हुए हैं। छतरी को 45 cm त्रिज्या वाला एक सपाट वृत्त मानते हुए, इसकी दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।**

› सबसे पहले हमें यह समझना है कि छतरी में 8 बराबर ताने हैं। इसका मतलब है कि पूरा वृत्त (360°) 8 बराबर त्रिज्यखंडों में बँटा हुआ है।

› तो, दो क्रमागत तानों के बीच का कोण () निकालने के लिए, हम पूरे वृत्त के कोण को तानों की संख्या से भाग करेंगे: = 360° / 8 = 45°।

› छतरी की त्रिज्या (r) हमें दी गई है: 45 cm।

› अब हमें त्रिज्यखंड के क्षेत्रफल का सूत्र लगाना है: क्षेत्रफल = (/360°) × r²।

› मान रखेंगे: क्षेत्रफल = (45°/360°) × (22/7) × (45)²।

› इसे हल करेंगे: क्षेत्रफल = (1/8) × (22/7) × 2025।

› आगे हल करने पर: क्षेत्रफल = (11/28) × 2025 = 22275 / 28।

› इसे दशमलव में बदलने पर: क्षेत्रफल  795.53 वर्ग सेंटीमीटर।

**उत्तर – दो क्रमागत तानों के बीच का क्षेत्रफल लगभग 795.53 वर्ग सेंटीमीटर है।**

## बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• यह परिभाषा अक्सर 1 अंक के प्रश्न में या बड़े प्रश्नों के आधार के रूप में पूछी जाती है, इसलिए इसे अच्छे से याद रखना।

• बोर्ड परीक्षा में, 'त्रिज्यखंड' या 'वृत्तखंड' का क्षेत्रफल निकालने को कहा जाए, तो हमेशा 'लघु' मानकर ही हल करें, जब तक 'दीर्घ' स्पष्ट रूप से न दिया गया हो।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षा में सीधे सवाल हल करने के लिए अक्सर आता है। सूत्र याद रखना और  को डिग्री में रखना मत भूलना।

• यह सूत्र बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत ज़रूरी है। 'चाप की लंबाई' और 'त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल' के सूत्रों में अंतर को ध्यान से याद रखें ताकि कोई गलती न हो।

• यह सवाल बोर्ड परीक्षा में 3 से 4 अंक का आ सकता है, खासकर जब 60°, 90° या 120° दिया हो। गणना ध्यान से करना।

• बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर ऐसे प्रश्न आते हैं जहाँ आपको लघु और दीर्घ दोनों त्रिज्यखंडों या वृत्तखंडों का क्षेत्रफल निकालना होता है। सही सूत्र और गणना पर ध्यान दें, खासकर जब 3 या की वैल्यू दी हो।

• यह सूत्र लघु वृत्तखंड का क्षेत्रफल निकालने के लिए बहुत महत्वपूर्ण है, अक्सर 3 या 4 नंबर के प्रश्न में आता है। सही भुजाएँ और उनके बीच का कोण लेना न भूलें!

• बोर्ड परीक्षा में इन व्यावहारिक समस्याओं में अक्सर " का मान 3.14 या 22/7 दिया होता है। प्रश्न में दिए गए मान का ही प्रयोग करें, नहीं तो अंक कट सकते हैं।

## एक नज़र में रिवीज़न

› त्रिज्यखंड = 2 त्रिज्या + चाप; वृत्तखंड = जीवा + चाप

› लघु त्रिज्यखंड/वृत्तखंड (कोण < 180°), दीर्घ त्रिज्यखंड/वृत्तखंड (कोण > 180°)।

› त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = (/360) × r² ( डिग्री में)

› चाप की लंबाई = ( / 360) × 2r

› वृत्तखंड = त्रिज्यखंड - संगत त्रिभुज

› दीर्घ = वृत्त का क्षेत्रफल - लघु का क्षेत्रफल

› Area = 1/2 × a × b × sin C

› व्यावहारिक समस्याओं में त्रिज्यखंड, वृत्तखंड, चाप के सूत्र लगाना।